

Notes du Cours d'Optique

Prof. Patrizia Vignolo

Margherita Turconi

Sommaire :

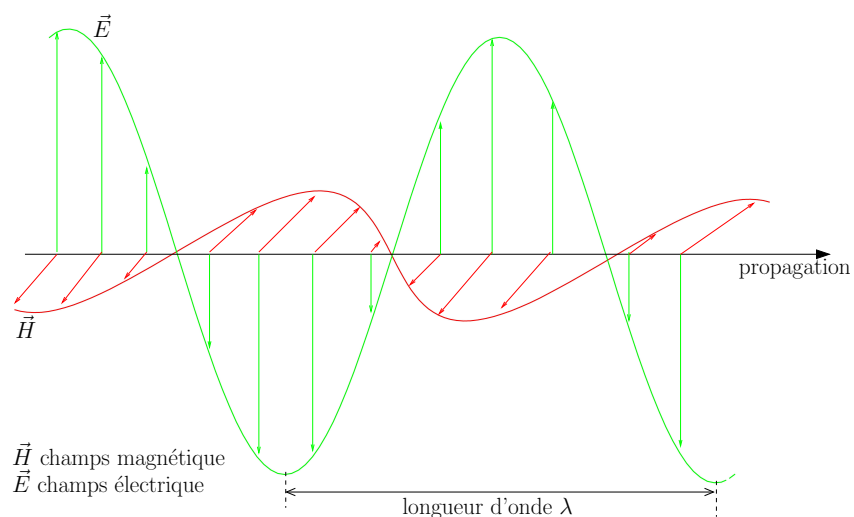
- Les fondements de l'optique géométrique page 1
- Imagerie. Exemple des dioptrés et des miroirs page 5
- Les lentilles et l'association de lentilles page 11

Cours N° 1 : Les fondements de l'optique géométrique

1 Introduction

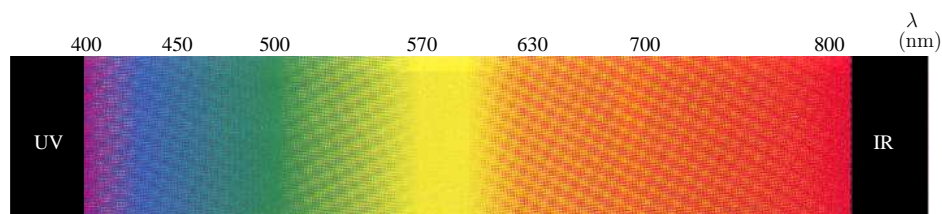
L'*Optique* est la partie de la physique qui étudie les propriétés de la lumière.

La lumière *naturelle* est une superposition d'*ondes électromagnétiques* de *longueurs d'ondes* λ différentes.



Une lumière *monochromatique* est une lumière composée d'une seule longueur d'onde.

La lumière *visible* correspond à des longueurs d'ondes comprises entre 400 nm (violet) et 800 nm (rouge) environ :



Dans l'étude de la lumière rencontrant des objets macroscopiques, la petitesse de la longueur d'onde λ vis à vis des grandeurs des objets qu'elle rencontre a permis d'élaborer une théorie géométrique de la propagation des ondes lumineuses : l'*optique géométrique*.

2 Les principes de l'optique géométrique

2.1 Existence des rayons lumineux

On appelle *rayon lumineux*, toute courbe suivant laquelle se propage la lumière. En optique géométrique on suppose que les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres.

2.2 Définition de l'indice d'un milieu

L'indice $n_j(\lambda)$ d'un milieu j est égal au rapport de la vitesse de la lumière c dans le vide et de la vitesse de la lumière v_j dans le milieu j :

$$n_j = \frac{c}{v_j}. \quad (1)$$

n_j est toujours ≥ 1 , c'est-à-dire, $v_j \leq c$.

Quelques exemples :

liquide	indice de réfraction
verre	1.511 à 1.535
benzène	1.501
alcool éthylique	1.361
glycérine	1.473
eau	1.333

Chemin optique

Supposons qu'un rayon lumineux parcourt en ligne droite le segment AB , de longueur l_{AB} , qui sépare deux points A et B d'un milieu homogène et isotrope d'indice n . On appelle *chemin optique* entre A et B la quantité

$$L_{AB} = nl_{AB}. \quad (2)$$

Chemin optique élémentaire

Entre deux points voisins séparés de ds , le chemin optique élémentaire est défini par $dL = nds$. A partir du chemin optique élémentaire on peut définir le chemin optique pour une courbe quelconque

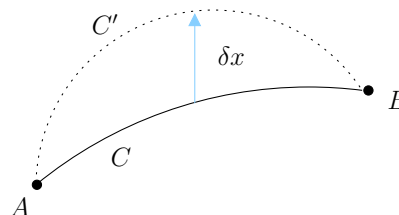
$$L(AB) = \int_{AB} nds. \quad (3)$$

Chemin optique stationnaire

Considérons une trajectoire C' obtenue en déformant C par un déplacement élémentaire δx , en chaque point x de C , sauf en A et B ($\delta A = 0$ et $\delta B = 0$). Le chemin optique L calculé le long de C est *stationnaire* si

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{L'(C') - L(C)}{\delta x} = 0,$$

c'est-à-dire si $\frac{dL}{dx} = 0$.



2.3 Le principe de Fermat

Entre deux points A et B reliés par un rayon lumineux, le chemin optique le long du trajet suivi par la lumière est stationnaire.

Conséquence 1 :

Dans un milieu homogène, transparent et isotrope, les rayons lumineux sont des *lignes droites*.

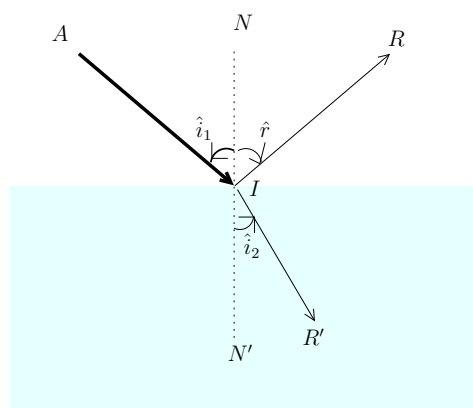
Conséquence 2 :

Les lois de Snell-Descartes

3 Lois de Snell-Descartes

A la surface de séparation de deux milieux, les rayons lumineux obéissent aux lois de Snell-Descartes.

Considérons un rayon lumineux AI incident arrivant sur la surface de séparation de deux milieux. On appelle *plan d'incidence*, le plan défini par le rayon incident AI et la normale IN . Au rayon lumineux incident, il correspond un rayon réfléchi IR (dans le premier milieu) et un rayon réfracté IR' (dans le second milieu).



- Le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont dans le plan d'incidence.
- L'angle de réflexion \hat{r} est égal en module à l'angle d'incidence \hat{i}_1 et de signe opposé.
- Pour deux milieux donnés et une lumière de longueur d'onde donnée λ , le rapport

$$\frac{\sin \hat{i}_1}{\sin \hat{i}_2} = \frac{n_2(\lambda)}{n_1(\lambda)} \quad (4)$$

est constant, n_1 et n_2 étant les indices des deux milieux.

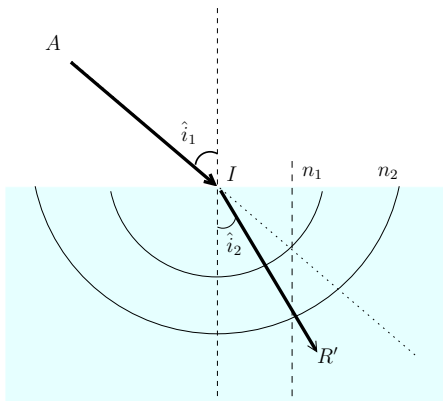
3.1 Compléments à la loi de Snell-Descartes

Construction de Huygens

Pour construire le rayon réfléchi et le rayon réfracté à l'interface entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 (le rayon incident se propageant dans le milieu d'indice n_1), on procède de la façon suivante :

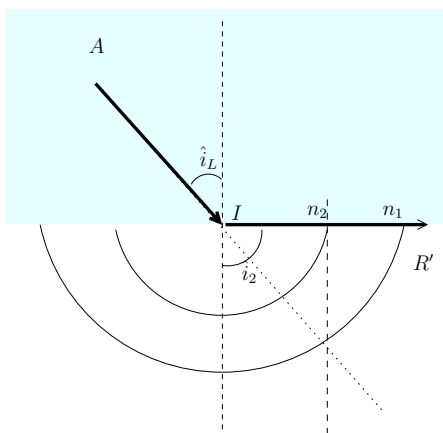
1. Le rayon réfléchi est le rayon symétrique du rayon incident par rapport à la normale au point d'incidence.
2. Pour le rayon réfracté on doit envisager deux cas.

$n_1 < n_2$ (ex : air-eau)



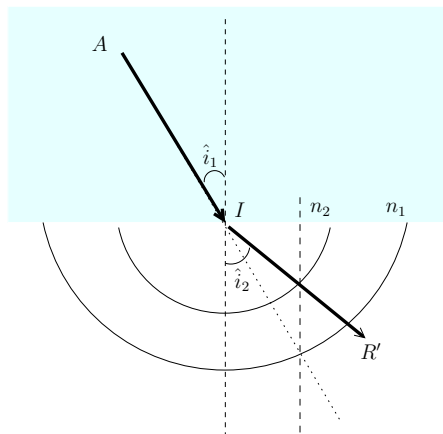
Il existe toujours un rayon réfracté.

$n_1 > n_2$ (ex : eau-air)



Comme montré sur la figure à gauche, il existe un angle limite \hat{i}_L tel que $|\hat{i}_2| = \frac{\pi}{2}$:

$$\sin |\hat{i}_L| = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5)$$



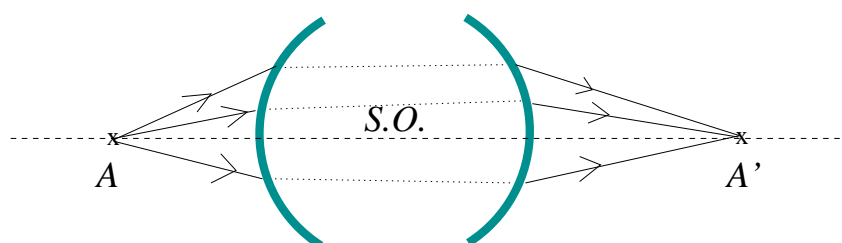
Si $|\hat{i}_1| < |\hat{i}_L|$,
il existe un rayon réfracté.

Si $|\hat{i}_1| > |\hat{i}_L|$, il n'existe pas de rayon réfracté. On parle de *réflexion totale interne* : la lumière est totalement réfléchi à la surface de séparation des deux milieux.

Cours N° 2 : Imagerie. Exemple des dioptrés et des miroirs

1 L'image d'un point

Définition d'un système optique



Un système optique est une succession de milieux transparents et homogènes séparés par des dioptrés ou des miroirs. Un dioptré est une surface qui sépare deux milieux d'indices différents. Un miroir est une surface réfléchissante.

Image d'un point

Lorsque les rayons issus d'un point objet A émergent d'un système optique en convergeant vers un point A' , on dit que A' est l'image de A , ou que A et A' sont des points conjugués pour l'instrument, ou que le système optique est *stigmatique* pour le couple de points AA' . Si c'est le prolongement des rayons issus du point objet conjugué qui convergent au point image on dit que l'image est *virtuelle*. Pareillement on dit qu'un objet est virtuel s'il est au prolongement des rayons incidents (s'il est placé au delà de la face d'entrée du système optique).

1.1 Le stigmatisme rigoureux

Un système optique est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tout rayon passant par A passe par A' après avoir traversé le système optique.

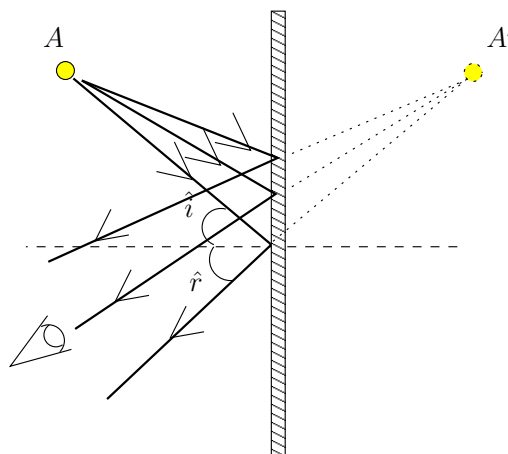
1.2 Exemple d'instrument rigoureusement stigmatique : le miroir plan

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante. Il s'agit d'un instrument optique qui vérifie le stigmatisme rigoureux *pour tout point objet*.

Soient A un point lumineux et O un observateur situés du même côté du miroir. Alors A' est l'image de A , observable pour tout observateur O si tous les rayons réfléchis par le miroir issue de A semblent provenir du point A' .

Remarque 1 : L'image A' est le point symétrique du point A par rapport au plan du miroir. Il s'agit d'une image virtuelle.

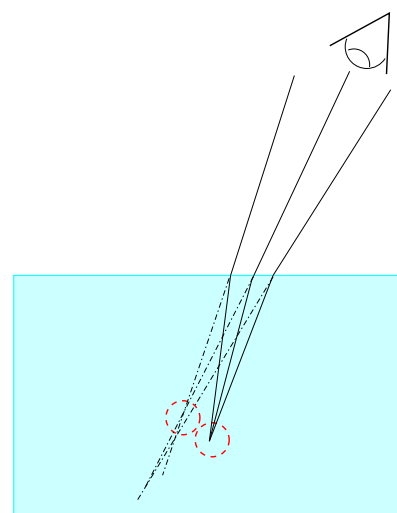
Remarque 2 : C'est le seul instrument rigoureusement stigmatique en tout point.



1.3 Le dioptre plan

Une des conséquences des lois de Snell-Descartes est que le dioptre plan est un système non-stigmatique. Un dioptre plan est une surface plane qui sépare deux milieux d'indices différents.

Il peut arriver que la lumière issue d'un point placé dans un aquarium, par exemple, donne des rayons réfractés dans l'air qui ne possèdent pas d'intersection. Dans ce cas le point image n'existe pas. Mais le faisceau de lumière issu du point objet peut être suffisamment étroit pour que la tache sur la rétine apparaisse comme un point. Dans ce cas on voit le point image. On est alors dans un cas de stigmatisme approché.



2 Approximation de Gauss

Quelques définitions :

- Un système optique est *centré* s'il possède une symétrie de révolution autour d'un axe ;
- cet axe est appelé *axe optique*.
- Un rayon lumineux est *paraxial* s'il est incliné faiblement sur l'axe optique ($\sin \hat{i} \simeq \hat{i}$), et s'il frappe le système à une distance h faible devant son rayon de courbure.

L'*approximation de Gauss* consiste en l'étude des systèmes centrés, limitée aux rayons paraxiaux. Il s'agit de l'approximation linéaire de l'optique géométrique : $\sin \hat{i} \simeq \hat{i}$.

Les système centrés tels que les dioptres sphériques, les miroirs sphériques et les lentilles minces, sont approximativement stigmatiques lorsqu'ils travaillent dans l'approximation de Gauss. C'est-à-dire que tout rayon issu d'un point A de l'axe optique émerge du système

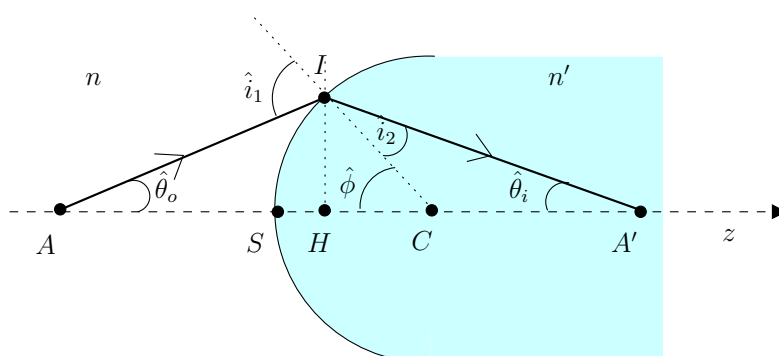
en passant *très* près d'un point A' , l'image de A . De même ces systèmes, les conditions de Gauss étant vérifiées, sont approximativement *aplanétiques* :

- il existe l'image de tout point hors de l'axe optique
- l'ensemble des points images des points d'un plan perpendiculaire à l'axe optique est lui-même un plan perpendiculaire à l'axe optique (l'image d'un plan perpendiculaire à l'axe optique est un plan perpendiculaire à l'axe optique).

Dans la suite on va déduire la relation qui lie la position de l'image à la position de l'objet pour des systèmes optiques centrés dans l'approximation de Gauss. Cette relation est appelée *relation de conjugaison*.

2.1 Le dioptré sphérique

Un dioptré sphérique est une surface sphérique séparant deux milieux d'indices n et n' .



Conventions et définitions

- La lumière se propage de gauche à droite ;
- z : axe optique (l'un quelconque des diamètres du dioptré) ;
- $\bar{R} = \bar{S}C$: rayon de courbure algébrique du dioptré ;
- $p_o = p = \bar{S}A$: distance algébrique de l'objet. Si $p < 0$, l'objet est réel et si $p > 0$, l'objet est virtuel.
- $p_i = p' = \bar{S}A'$: distance algébrique de l'image. Si $p' > 0$, l'image est réelle et si $p' < 0$, l'image est virtuelle.
- $V = \frac{n' - n}{\bar{R}}$: vergence du dioptré ; si $V > 0$ le dioptré est convergent et si $V < 0$ le dioptré est divergent.
- $f_o = f = \bar{S}F = -\frac{n}{V}$: distance *algébrique* focale objet ($p' \rightarrow \infty$) ;
- $f_i = f' = \bar{S}F' = \frac{n'}{V}$: distance *algébrique* focale image ($p \rightarrow \infty$) ;

Relation de conjugaison

$$\boxed{\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}} \quad (6)$$

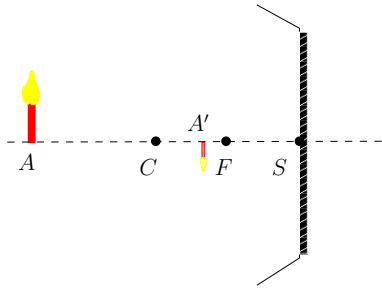
Démonstration.

On considère les triangles AIC et CIA' . On a : $|\hat{i}_1| = |\hat{\theta}_o| + |\hat{\phi}|$ et $|\hat{\phi}| = |\hat{i}_2| + |\hat{\theta}_i|$. De la loi de Snell-Descartes en approximation de Gauss on a : $n|\hat{i}_1| = n'|\hat{i}_2|$ et donc $n|\hat{\theta}_o| + n'|\hat{\theta}_i| = (n' - n)|\hat{\phi}|$. Or, vu que $|\hat{\theta}_o| \simeq \frac{HI}{|p|}$, $|\hat{\theta}_i| \simeq \frac{HI}{|p'|}$ et que $|\hat{\phi}| \simeq \frac{HI}{|R|}$, en exploitant la définition des distances algébriques, on obtient le résultat.

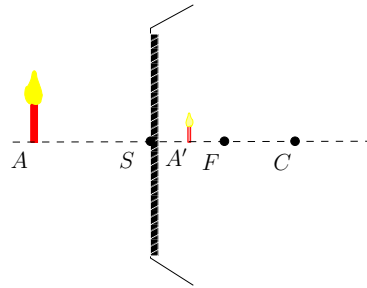
Remarque : L'avantage d'utiliser les distances algébriques est que l'expression de la relation de conjugaison est la même pour un dioptré convergent ou divergent.

2.2 Le miroir sphérique

miroir sphérique concave



miroir sphérique convexe



Relation de conjugaison

$$\boxed{\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} = \frac{2}{\bar{R}}} \quad (7)$$

où $p = \bar{S}A$, $p' = \bar{S}A'$, $\bar{R} = \bar{S}C$ et $f = f' = \frac{\bar{R}}{2} = \bar{S}F$.

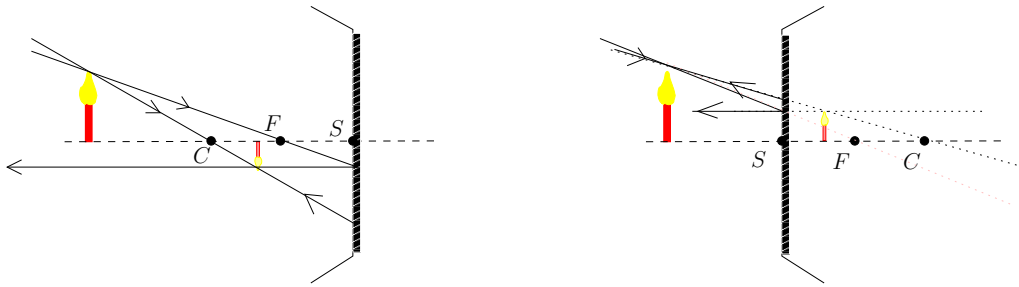
3 Construction des images

Dioptré sphérique

- Tout rayon issu du centre C n'est pas réfracté ($\hat{i}_i = \hat{i}_2 = 0$).
- Tout rayon issu du foyer objet F est réfracté parallèle à l'axe optique
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer image F' .

Miroir sphérique

- Tout rayon issu du centre C est rétro-réfléchi ($\hat{i}_i = \hat{r}_2 = 0$).
- Tout rayon issu du foyer objet F est réfléchi parallèle à l'axe optique.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique est réfléchi vers le foyer image F' ($F' \equiv F$).



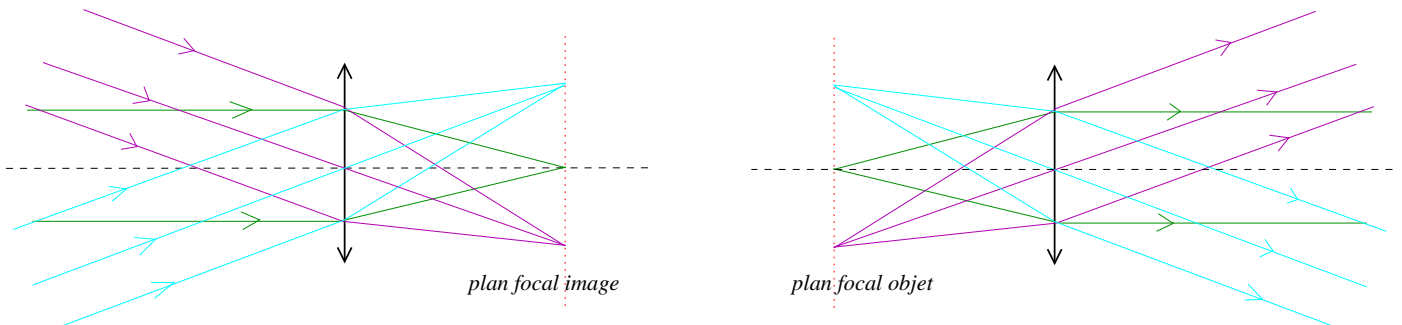
3.1 Compléments à la construction des images

Foyer secondaire image et foyer secondaire objet.

Un foyer image est le point où convergent, après traversée du système optique, les rayons d'un faisceau lumineux parallèles. Il est dit secondaire lorsqu'il est en dehors de l'axe principal. Pareillement on peut définir un foyer secondaire objet, un foyer objet en dehors de l'axe principal.

Plans focaux.

Dans l'approximation de Gauss, l'ensemble des foyers secondaires image et le foyer principal image sont tous situés dans un plan de front appelé plan focal image. Pareillement, l'ensemble des foyers secondaires objet et le foyer principal objet sont tous situés dans un plan de front appelé plan focal objet.



Grandissement transversal.

Soit y la taille transversale d'un objet et y' la taille transversale de son image à travers un instrument optique. On définit le grandissement transversal algébrique γ comme le rapport entre y' et y .

Pour le dioptré sphérique : $\gamma = \frac{n}{n'} \frac{p'}{p}$ et pour le miroir sphérique : $\gamma = -\frac{p'}{p}$.

Cours N° 3 : Les lentilles et l'association de lentilles

1 Les lentilles

1.1 Définition d'une lentille

Une lentille est un milieu transparent d'indice n limité par deux dioptrés sphériques ou un dioptré plan et un dioptré sphérique.

Soient e l'épaisseur de la lentille, \bar{R}_1 et \bar{R}_2 les rayons algébriques des deux dioptrés, V_1 et V_2 les vergences des deux dioptrés. Alors, on peut démontrer que la vergence V de la lentille est

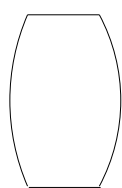
$$V = V_1 + V_2 - \frac{eV_1V_2}{n} = (n-1) \left(\frac{1}{\bar{R}_1} - \frac{1}{\bar{R}_2} + \frac{n-1}{n} \frac{e}{\bar{R}_1\bar{R}_2} \right), \quad (8)$$

et que les distances focales de la lentilles sont

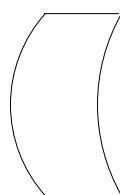
$$\frac{1}{f_i} = -\frac{1}{f_o} = (n-1) \left(\frac{1}{\bar{R}_1} - \frac{1}{\bar{R}_2} + \frac{n-1}{n} \frac{e}{\bar{R}_1\bar{R}_2} \right) = V. \quad (9)$$

Pour les lentilles, on désigne souvent par f la focale image f_i .

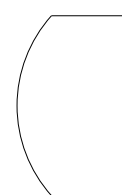
Lentilles convergentes :



Lentille biconvexe

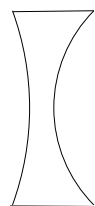


Ménisque convergent

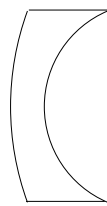


Lentille plan-convexe

Lentilles divergentes :



Lentille biconcave



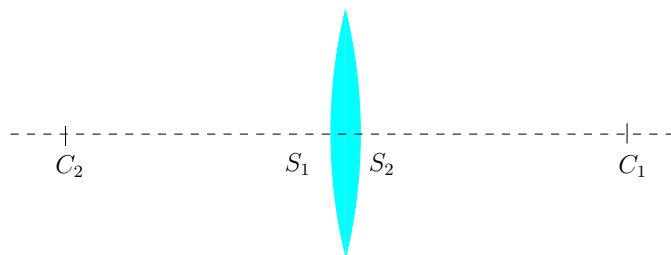
Ménisque divergent



Lentille plan-concave

1.2 Définition d'une lentille mince

Une lentille est une lentille mince lorsque son épaisseur e au sommet S_1S_2 est très petite par rapport au deux rayons R_1, R_2 et à leur différence $|R_1 - R_2|$.



Relation de conjugaison

$$\boxed{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (10)$$

Grandissement transversal : $\gamma = \frac{p'}{p}$.

1.3 Construction des images

- Tout rayon passant par le centre C de la lentille n'est pas réfracté.
- Tout rayon issu du foyer objet F est réfracté parallèle à l'axe optique
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer image F' .

Exemples :

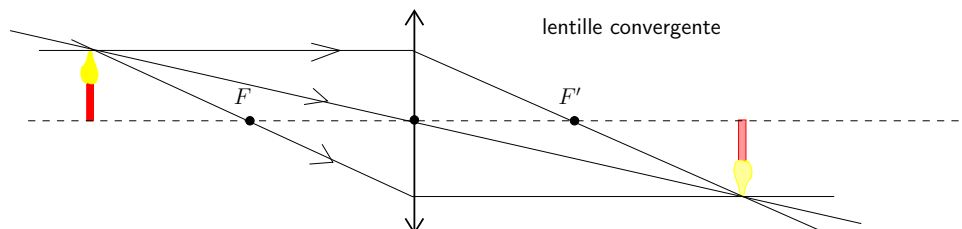


image réelle inversé ($\gamma < 0$)

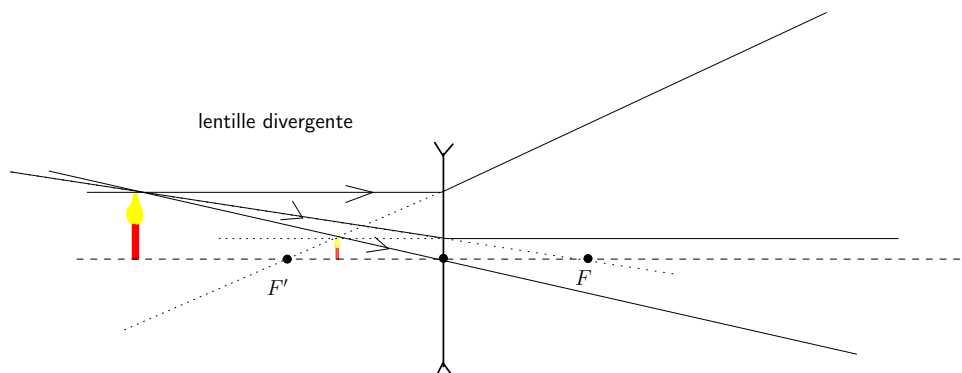
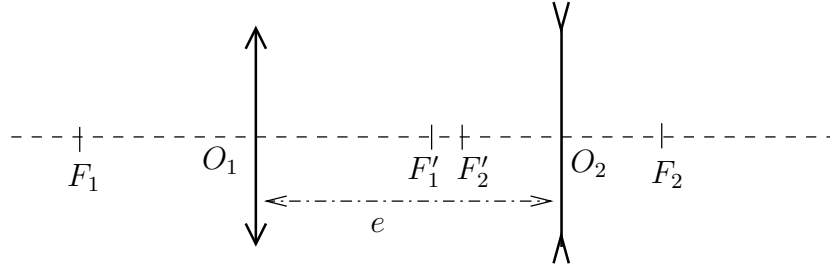


image virtuelle droite ($\gamma > 0$)

2 Doublets de lentilles minces

Un doublet est constitué de deux lentilles minces non accolées. Comme on verra dans la suite, on peut modéliser un grand nombre de systèmes optiques avec cette association.



Notations : on pose $V_1 = 1/f'_1$ et $V_2 = 1/f'_2$ les vergences des deux lentilles, f'_1 et f'_2 étant les distances focales images des lentilles, O_1 et O_2 leurs sommets et $e = O_1O_2$ la distance entre les lentilles. La vergence du système est donnée par la formule de *Gullstrand* :

$$\boxed{V = V_1 + V_2 - eV_1V_2} \quad (11)$$

d'où on déduit la distance focale équivalente

$$\boxed{f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}} \quad (12)$$

2.1 Points (plans) importants pour la description d'un doublet

2.1.1 Points principaux

Les points principaux sont 2 points conjugués par le doublet tels que $\gamma = 1$:

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 = \frac{p'_1 p'_2}{p_1 p_2} \quad (13)$$

On exprime Eq. (13) une fois en fonction de p_1 (cas A) et une fois en fonction de p'_2 (cas B).

A. $\gamma = 1 \rightarrow p_1 = O_1^- H = \frac{eV_2}{V_1 + V_2 - eV_1V_2}$.

$O_1^- H$ est la distance algébrique du point principal objet par rapport au centre de la première lentille.

B. $\gamma = 1 \rightarrow p'_2 = O_2^- H' = \frac{-eV_1}{V_1 + V_2 - eV_1V_2}$.

$O_2^- H'$ est la distance algébrique du point principal image par rapport au centre de la deuxième lentille.

2.1.2 Foyers

– Foyer image. $p'_2 = O_2^- F'$ est la distance focale algébrique du foyer image par rapport au centre de la deuxième lentille, si $p_1 \rightarrow -\infty$. Si $p_1 \rightarrow -\infty$, alors $p'_1 = f'_1$ et $p_2 = p'_1 - e = f'_1 - e$. On en déduit

$$p'_2 = O_2^- F' = \frac{1 - eV_1}{V_1 + V_2 - eV_1V_2} \quad (14)$$

La position du foyer image par rapport au point principal image vaut :

$$H^- F' = O_2^- F' - O_2^- H' = \frac{1}{V_1 + V_2 - eV_1V_2} = \frac{1}{V} = f' \quad (15)$$

- Foyer objet. $p_1 = O_1^-F$ est la distance focale algébrique du foyer objet par rapport au centre de la première lentille, si $p_2' \rightarrow +\infty$. Si $p_2' \rightarrow +\infty$, alors $p_2 = f_2$ et $p_1' = p_2 + e = f_2 + e$. On en déduit

$$p_1 = O_1^-F = \frac{-1 + eV_2}{V_1 + V_2 - eV_1V_2}. \quad (16)$$

La position du foyer objet par rapport au point principal objet vaut :

$$\bar{H}F = O_1^-F - O_1^-H = -\frac{1}{V_1 + V_2 - eV_1V_2} = -\frac{1}{V} = -f' = f. \quad (17)$$

Attention!!! Le foyer image et le foyer objet du doublet se trouvent respectivement à une distance f' du point principal image et à une distance $-f'$ du point principal objet.

3 Quelques instruments optique

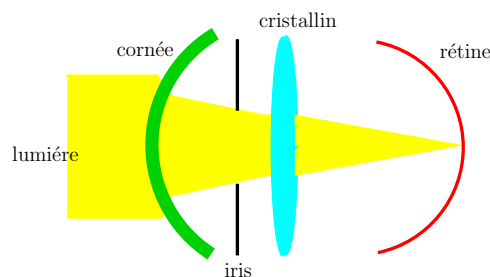
Définition de grossissement.

Le grossissement est défini comme le rapport entre l'angle α' sous lequel est vue l'image formée par l'instrument et l'angle α sous lequel est vu l'objet à l'œil nu : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. C'est un paramètre qui caractérise naturellement les instruments destinés à l'observation d'objets éloignés. Si le système est afocal ($V = 0$), le grossissement est indépendant de la position de l'œil de l'observateur : c'est le *grossissement intrinsèque* G_i .

3.1 Instruments avec une seule lentille

L'œil humain.

Du point de vue optique, l'œil comporte un dioptre sphérique d'entrée (la cornée) suivi de l'humeur aqueuse ($n \simeq 1.336$). Un diaphragme (l'iris) précède le cristallin qui se comporte comme une lentille biconvexe.



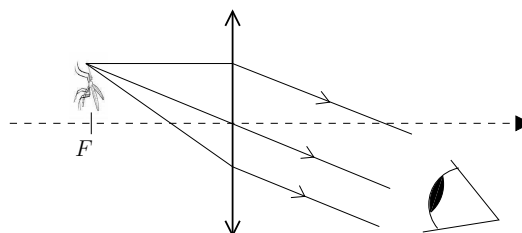
Pour un œil normal, lorsque le cristallin est au repos, les images des objets situés à l'infini se forment sur la rétine : on dit alors que l'œil n'accommode pas. En revanche, lorsque l'œil regarde un objet proche, son cristallin se contracte, ce qui change la distance focale et permet aux images de se former sur la rétine : on dit alors que l'œil accommode.

La distance jusqu'à laquelle on peut rapprocher un objet en percevant une image nette est le *punctum proximum*. Le *punctum proximum* de l'œil normal est à environ 25 cm.

L'œil *myope* est trop long ou trop convergent. L'œil *hypermétrope* est trop court ou pas assez convergent. L'œil *astigmat* a des irrégularités de la courbure de la cornée ou du cristallin. L'œil *presbyte* n'a pas la capacité d'accommoder (avec l'âge).

La loupe.

La loupe est constituée d'une lentille convergente. Si l'objet est au foyer, alors l'image est renvoyée à l'infini.



Pour la loupe on définit un *grossissement intrinsèque commercial* G_{ic} en fixant α comme

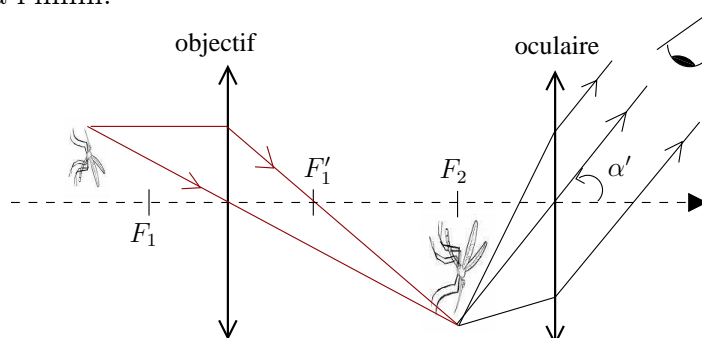
l'angle sous lequel un objet de taille y est vu par un œil normal à la distance $d = 25$ cm. On a donc que

$$G_{ic} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{0.25 \text{ m}}{f' \text{ (en m)}}.$$

3.2 Instruments avec un doublet de lentilles

Le microscope.

Le microscope correspond à l'association d'un objectif qui donne d'un objet situé en avant de son foyer objet une image réelle et d'un oculaire qui permet d'observer cette image intermédiaire. Si celle-ci se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale est située à l'infini.



Pareillement à la loupe, pour le microscope on définit un grossissement intrinsèque commercial G_{ic} de la façon suivante. On fixe α comme l'angle sous lequel un objet de taille y est vu par un œil normal au punctum proximum d : $\alpha = \frac{y}{d} = \frac{y}{25 \text{ cm}}$. Alors, vu que $\alpha' = \frac{y'}{f'_2} = \frac{y}{f'}$, on a :

$$G_{ic} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{0.25 \text{ m}}{f' \text{ (en m)}} = -\frac{0.25 \text{ m}}{|f'| \text{ (en m)}},$$

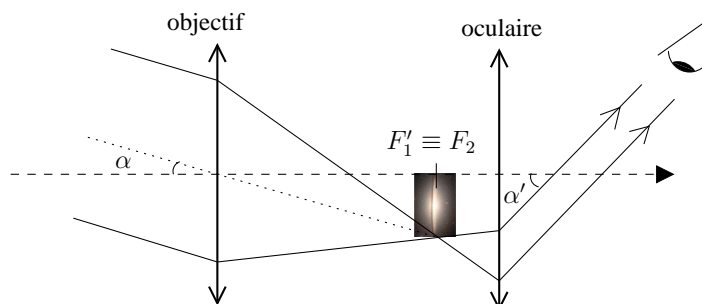
où f' ($f' < 0$) est la focale image du doublet. On peut montrer aussi que

$$G_{ic} = \gamma_{obj} G_{ic_{oculaire}}.$$

Dans le microscope l'image est inversée ($G_{ic} < 0$).

La lunette astronomique.

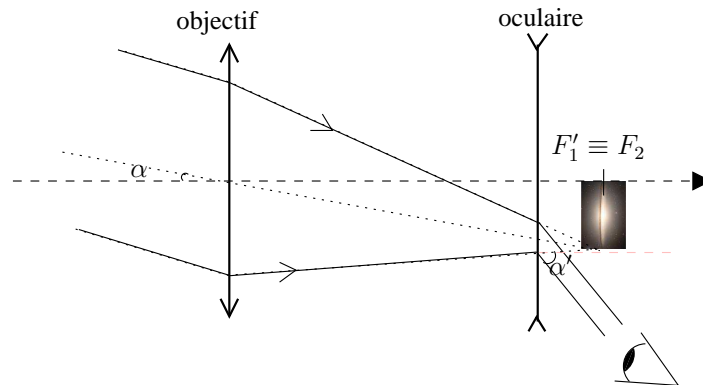
La lunette astronomique est un instrument afocal qui comporte un objectif convergent de grande distance focale qui donne d'un objet situé à l'infini une image réelle et d'un oculaire convergent de courte distance focale qui permet d'observer à l'œil l'image intermédiaire. Si celle-ci se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale est située à l'infini.



Pour la lunette astronomique le grossissement intrinsèque est $G_i = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} < 0$.
L'image est inversée et elle est vue sous un angle plus grand que l'objet.

La lunette de Galilée.

La lunette de Galilée est un instrument afocal qui comporte un objectif convergent de grande distance focale qui donne d'un objet situé à l'infini une image réelle et d'un oculaire divergent de courte distance focale qui permet d'observer l'image intermédiaire. Si celle-ci se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale est située à l'infini. Contrairement à la lunette astronomique, l'image est droite ($G_i = f_1/f_2' > 0$).



Le téléobjectif.

Un objectif photographique de distance focale f' donne d'un objet situé à l'infini et vu sous l'angle α une image de taille $y = \alpha f'$: pour augmenter la taille de l'image il faut augmenter la distance focale mais on augmente ainsi l'encombrement de l'appareil. Dans les téléobjectifs, on place entre l'objectif convergent (focale $f_1' > 0$) et le film une lentille divergente (focale $f_2' < 0$) distante du premier de e . Les valeurs de f_1 , f_2 , et e sont choisies de telle sorte que la distance focale équivalente soit supérieure à f_1 .

