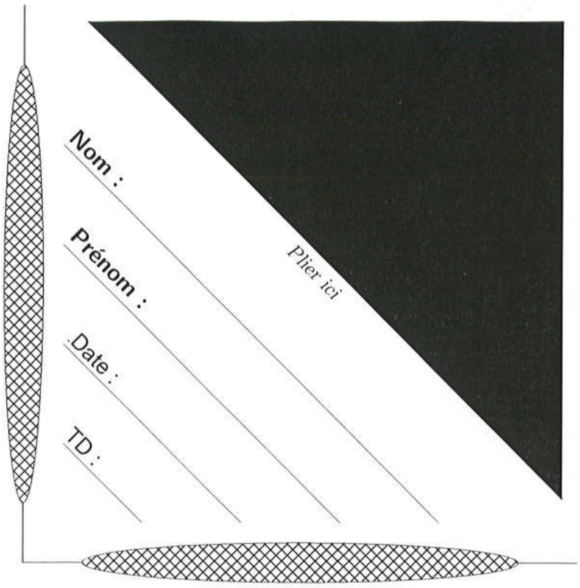
Université de Nice – Sophia Antipolis

Polytech'Nice – CiP1
Contrôle d'Optique

2 Novembre 2009 – Durée : 1h30

Note : CORRECTION



Cette feuille doit être cachetée par vos soins. Afin de faciliter le décachetage, n'opérez de fixation qu'à l'intérieur des ellipses hachurées

Documents non autorisés.

1. *Instruments optiques : La loupe.* Le grossissement commercial G_c d'une loupe vaut 10.

a) Déterminer la distance focale de la loupe.

$$G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{d}{f'} \Rightarrow f' = \frac{d}{G_c} = \frac{25\text{ cm}}{10} = 2{,}5\text{ cm}$$

b) Est-ce qu'il s'agit d'une lentille convergente ou divergente ?

convergente

c) On considère un objet de taille 2.5 mm. Sous quel angle peut-il être observé à travers la loupe avec l'oeil au repos ?

$$\alpha \simeq \frac{2{,}5\text{ mm}}{d} = \frac{0{,}25}{25} = 0{,}01\text{ rad}$$

$$\alpha' = G_c\,\alpha = 0{,}1\text{ rad}$$

2. *Instruments optiques : Le microscope.*
Une lentille mince L_1 a une longueur focale $f'_1 = 2$ cm.

a) Déterminer pour cette lentille deux points conjugués (p et p') tel que le grandissement soit égal à -2.

$$\begin{cases} \gamma = \frac{p'}{p} = -2 \\ \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{\gamma p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \\ \frac{p'}{p} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1-\gamma}{\gamma p} = \frac{1}{f'} \\ \gamma = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} p = f'\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) = -3\text{ cm} \\ p' = \gamma p = 6\text{ cm} \end{cases}$$

b) Pour observer l'image avec l'oeil au répos, on ajoute un oculaire (une lentille convergente L_2) de distance focale $f'_2 = 2.5$ cm (le doublet constitue donc un microscope). Déterminer la distance $e = \overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des deux lentilles.

$e = \overline{O_1 O_2}$ t.q. p_1' coïncide avec F_2. Donc $e = 8,5$ cm

c) Déterminer la vergence du doublet.

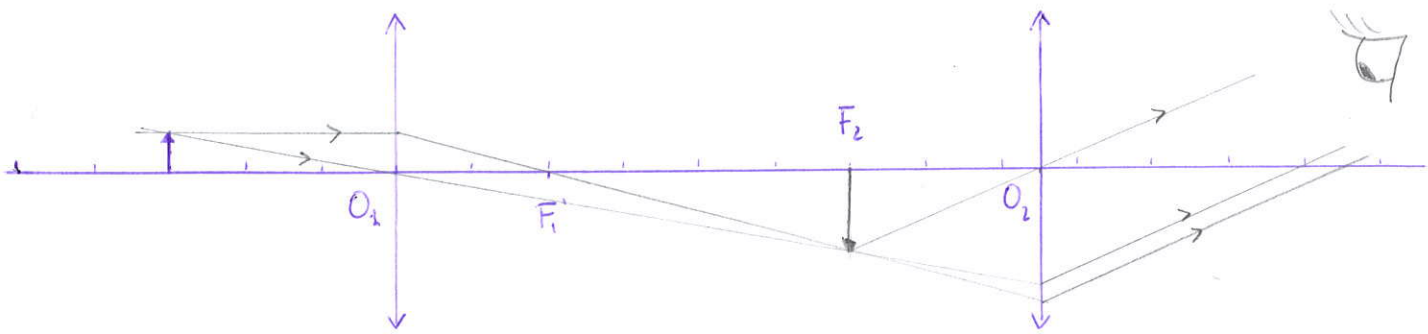
$$V = V_1 + V_2 - e V_1 V_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2,5} - \frac{8,5}{2 \cdot 2,5} = -0,8 \text{ cm}^{-1}$$

Le doublet est divergent

d) Déterminer le grossissement commercial du microscope.

$$G_{c\,micr.} = \gamma_{obj} \cdot G_{c\,oculaire} = -2 \cdot \frac{d}{f_2'} = -2 \cdot \frac{25}{2,5} = -20$$

e) Faire la construction graphique pour un objet de taille 5 mm.



3. Un doublet de lentilles minces est constitué par une lentille L_1 de distance focale $f_1' = 2$ cm, et une lentille L_2 de distance focale $f_2' = -2$ cm. La distance $e = \overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques vaut 3 cm.

a) Déterminer la position du foyer objet F et du foyer image F' du doublet, respectivement par rapport aux centres optiques O_1 et O_2.

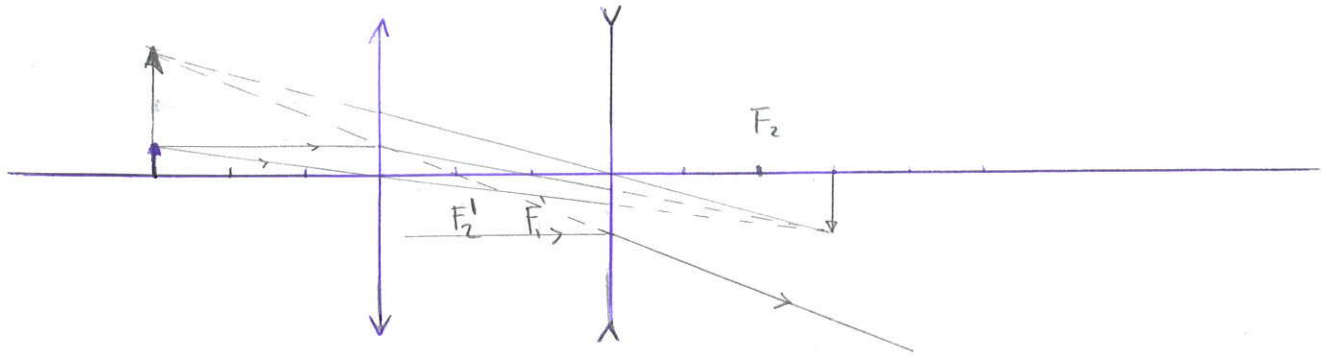
Détermination de F' : $p_1 \to -\infty \Rightarrow p_1' = f_1' \Rightarrow p_2 = f_1' - e = -1$ cm

$$\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2'} \qquad p_2' = \frac{p_2 f_2'}{p_2 + f_2'} = \frac{(-1)(-2)}{-3} = \boxed{-\frac{2}{3} \text{ cm}}$$

Détermination de F : $p_2' \to \infty \Rightarrow p_2 = f_2 \Rightarrow p_1' = p_2 + e = f_2 + e = 5$ cm

$$\frac{1}{p_1'} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1'} \qquad p_1 = \frac{p_1' f_1'}{f_1' - p_1'} = \frac{5 \cdot 2}{2-5} = \boxed{-\frac{10}{3} \text{ cm}}$$

b) Pour ce doublet, trouver la position de l'image, **graphiquement** et **algébriquement** pour un objet réel placé à 3 cm de la lentille L_1.



$$\begin{cases} \frac{1}{p_1'} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1'} \\ \frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2'} \end{cases}$$

avec

$p_2 = p_1' - e$

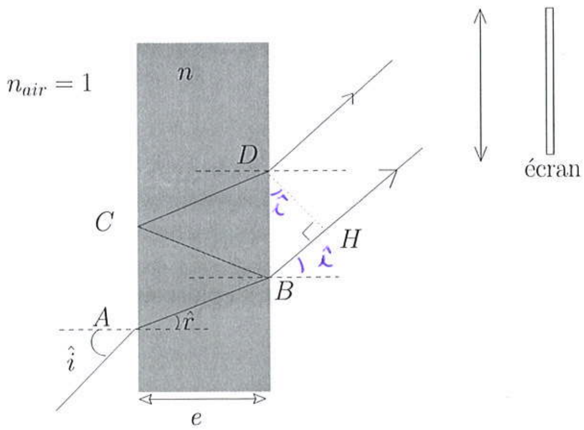
$$\begin{cases} p_1' = \frac{p_1 f_1'}{p_1 + f_1'} = \frac{(-3)\cdot 2}{-1} = 6\,cm \quad \Rightarrow p_2 = 3\,cm \\ p_2' = \frac{p_2 f_2'}{p_2 + f_2} = \frac{3\cdot(-2)}{1} = -6\,cm \end{cases}$$

L'image est superposée à l'objet, mais sa taille est 4 fois plus grande

4. *Interférences*

Un rayon lumineux de longueur d'onde λ est réfracté au point A à la surface d'une lame de verre d'épaisseur e.

a) Exprimer l'angle de réfraction $\hat{r}$ en fonction de l'angle d'incidence $\hat{\imath}$.



$\sin \hat{r} = \frac{1}{n} \sin \hat{\imath}$

$\hat{r} = \arcsin\left(\frac{1}{n} \sin \hat{\imath}\right)$

b) Le rayon se propage jusqu'au point B, où il est en partie réfracté et en partie réfléchi. Calculer le chemin optique $\mathcal{L}_{A\to B}$ en fonction de n, e et l'angle $\hat{\imath}$.

$$\mathcal{L}_{A\to B} = n\,\overline{AB} = \frac{ne}{\cos \hat{r}} = \frac{ne}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \hat{\imath}}{n}\right)^2}} = \frac{n^2 e}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \hat{\imath}}}$$

c) Le rayon réfléchi au point B est ultérieurement réfléchi au point C et puis réfracté au point D. On observe l'interférence des deux rayons sur un écran à l'aide d'une lentille convergente. Calculer la différence de chemin optique $\delta\mathcal{L} = \mathcal{L}_{B\to D} - \mathcal{L}_{B\to H}$ entre le rayon issu du point D et celui issu du point B.

$$\mathcal{L}_{B\to D} = 2\mathcal{L}_{AB} = \frac{2n^2 e}{\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}}}$$

$$\mathcal{L}_{B\to H} = \overline{BD}\sin\hat{i} = 2\overline{BC}\sin\hat{r}\sin\hat{i} = 2\frac{e}{\cos\hat{r}}\sin\hat{r}\sin\hat{i} =$$

$$= \frac{2e}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\hat{i}}{n^2}}}\frac{1}{n}\sin^2\hat{i} = \frac{2e\sin^2\hat{i}}{\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}}}$$

$$\delta\mathcal{L} = \frac{2e}{\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}}}\left(n^2 - \sin^2\hat{i}\right) = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}}$$

c) En supposant que l'amplitude des deux ondes est la même $A_1 = A_2 = A \propto \sqrt{I_0}$, montrer que l'intensité lumineuse sur l'écran est donnée par la formule $I = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\,\delta\mathcal{L}}{\lambda}\right)\right]$.

$$I = \left|\sqrt{I_0}\,e^{i\omega(t-t_1)} + \sqrt{I_0}\,e^{i(\omega(t-t_2))}\right|^2 =$$

$$= I_0\left|\left(e^{-i\omega t_1} + e^{-i\omega t_2}\right)e^{i\omega t}\right|^2 =$$

$$= I_0\left(2 + e^{i\omega(t_1-t_2)} + e^{-i\omega(t_1-t_2)}\right) =$$

$$= 2I_0\left(1 + \cos\omega(t_1-t_2)\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\delta\mathcal{L}\right)\right) =$$

$$= 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{\delta\mathcal{L}}{\lambda}\right)\right)$$

d) Déterminer la condition sur l'épaisseur e et l'angle d'incidence $\hat{i}$ pour observer des franges brillantes et des franges sombres.

franges brillantes $\quad \frac{2\pi\,\delta\mathcal{L}}{\lambda} = 2m\pi \quad m \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}} = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$$

franges sombres $\quad \frac{2\pi\,\delta\mathcal{L}}{\lambda} = (2m+1)\pi \quad m \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{i}} = \frac{2m+1}{2}\pi \quad m \in \mathbb{Z}$$