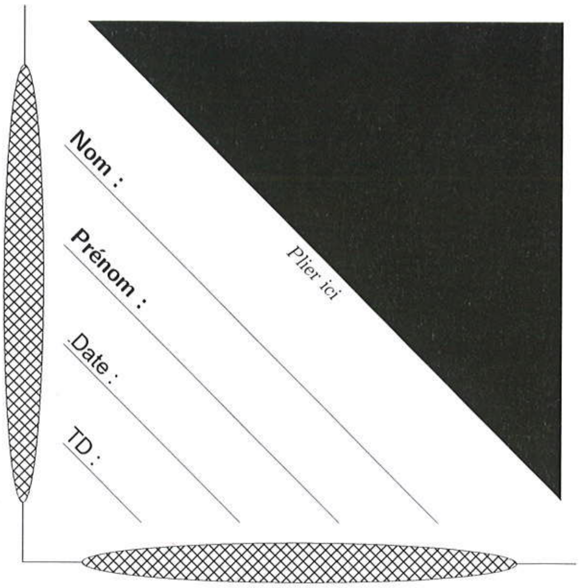
Université de Nice – Sophia Antipolis

Polytech'Nice – CiP1
Contrôle d'Optique

9 Octobre 2009 – Durée : 1h30

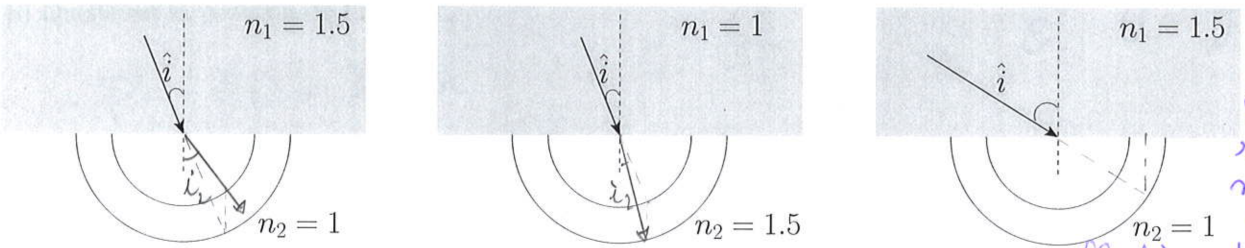
Note : CORRECTION



Cette feuille doit être cachetée par vos soins. Afin de faciliter le décachetage, n'opérez de fixation qu'à l'intérieur des ellipses hachurées

Documents non autorisés.

1. On dénote n_1 l'indice du milieu dans lequel se propage la lumière incidente. Construire géométriquement, s'ils existent, les rayons réfractés dans le milieu d'indice n_2, associés aux rayons incidents par les trois figures suivantes.



le rayon réfracté n'existe pas : il y a réflexion totale interne

A quelle condition existe-t-il un rayon réfracté ? Exprimer cette condition en fonction de l'angle d'incidence $\hat{i}$, et des indices n_1 et n_2.

Si $n_1 < n_2$ il existe toujours un rayon réfracté

Si $n_1 > n_2$ il existe si $\hat{i} < \hat{i}_c$ t.q. $\hat{i}_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

2. a) Ecrire la relation de conjugaison pour un dioptre sphérique séparant deux milieux d'indice n et n',

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'-n}{\bar{R}}$$

b) en déduire l'expression de la position de l'image p' en fonction de la position de l'objet p, du rayon de courbure $\bar{R}$, et des indices n et n' ;

$$\frac{n'}{p'} = \frac{(n'-n)p + n\bar{R}}{p\bar{R}} \qquad p' = \frac{n' p \bar{R}}{(n'-n)p + n\bar{R}}$$

c) écrire la vergence, la position du foyer image et du foyer objet par rapport au sommet du dioptre ;

$$V = \frac{n'-n}{\bar{R}} \qquad f' = \frac{n'\bar{R}}{n'-n} \qquad f = -\frac{n\bar{R}}{n'-n}$$

3. a) Ecrire la relation de conjugaison pour un miroir sphérique ;

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{\bar{R}}$$

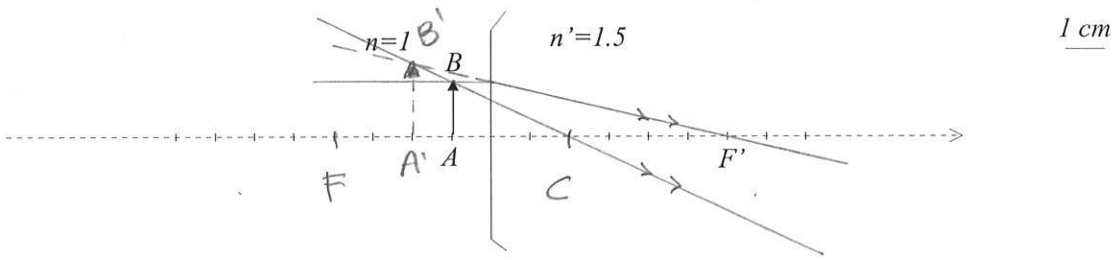
b) en déduire l'expression de la position de l'image p' en fonction de la position de l'objet p, du rayon de courbure $\bar{R}$;

$$\frac{1}{p'} = \frac{2p - \bar{R}}{p\bar{R}} \qquad p' = \frac{p\bar{R}}{2p - \bar{R}}$$

c) écrire la position du foyer image et du foyer objet par rapport au sommet du miroir ;

$$f' = f = \frac{\bar{R}}{2}$$

4. Pour chaque instrument optique dans l'illustration suivante (dioptre ou miroir), calculer les positions des foyers (et/ou du centre), trouver la position de l'image graphiquement et algébriquement (en exploitant les relations trouvées aux questions 1.b et 2.b). Indiquer la nature de l'objet et de l'image.



$f' = 6\,cm$

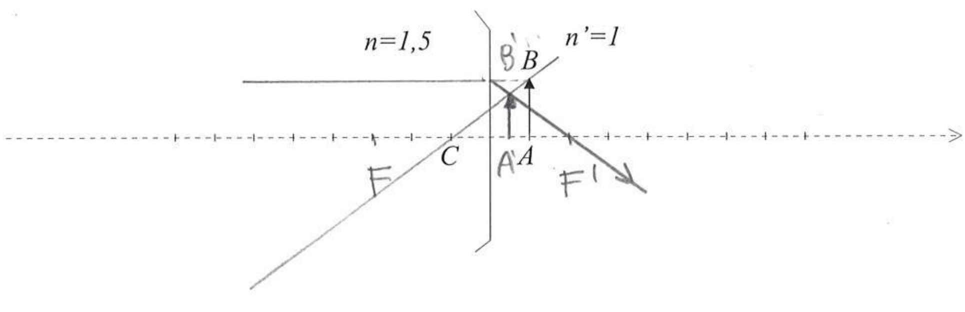
$\bar{R} = \frac{(n'-n)f'}{n'} = 2\,cm$

$f = -4\,cm$

$p' = \frac{(1,5)(-1)\cdot 2}{-0,5+2} = -2\,cm$

objet réel

image virtuelle droite



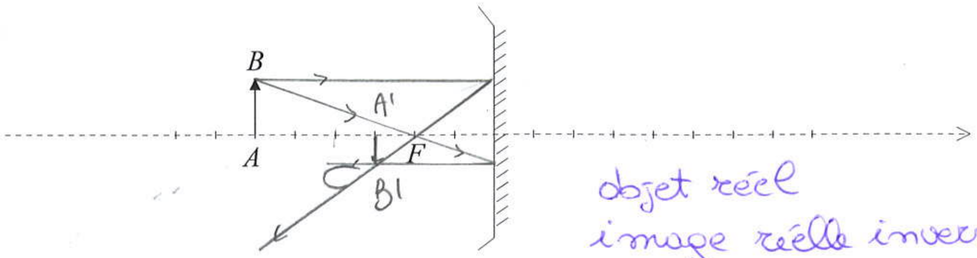
$f' = \frac{1\cdot(-1)}{-0,5} = 2\,cm$

$f = -3\,cm$

$p' = \frac{1\cdot 1\cdot(-1)}{-0,5-1,5} = \frac{1}{2}\,cm$

objet virtuel

image réelle droite



$$p' = \frac{(-6)(-4)}{-12+4} = -\frac{24}{8} = -3 \text{ cm}$$

objet réel
image réelle inversée

5. a) Quel est le foyer d'un miroir donnant, d'un objet réel de hauteur 1 cm, une image droite de hauteur 5 cm si $p = \bar{S}A = -2$ cm ?

$$\gamma = -\frac{p'}{p} \qquad \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f'} \qquad f' = \frac{p'p}{p'+p} = \frac{-\gamma p^2}{(-\gamma+1)p} = \frac{-\gamma p}{1-\gamma} =$$

$$= \frac{-5(-2)}{-4} = -2{,}5 \text{ cm}$$

b) Quelle est la position de l'image ?

$$p' = -\gamma p = 10 \text{ cm}$$

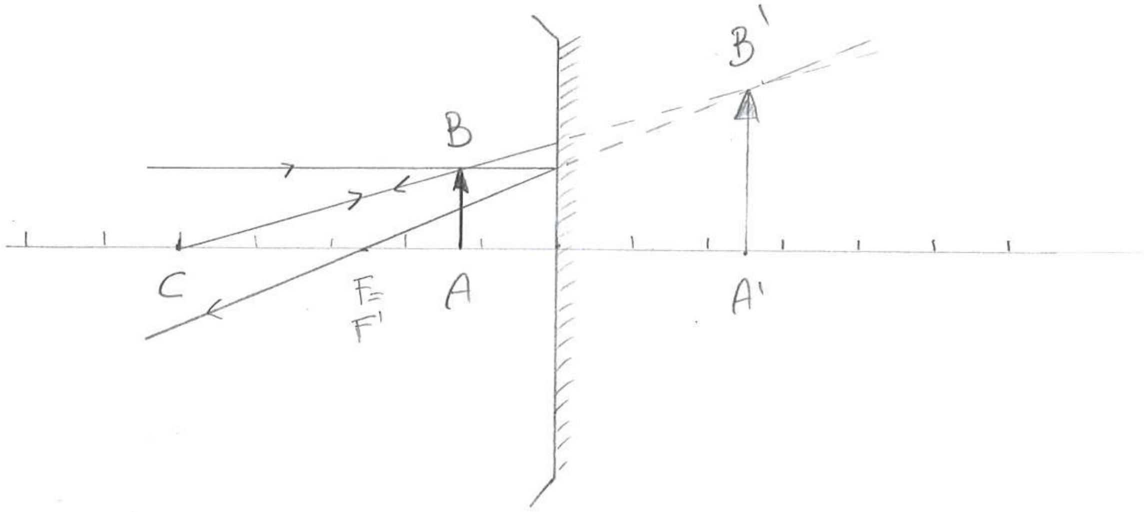
c) Déterminer pour ce miroir deux points conjugués (p et p') tel que le grandissement soit égal à 2.

$$\begin{cases} -\frac{p'}{p} = \gamma = 2 \\ \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = -\frac{2}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = 2 \\ -\frac{1}{\gamma p} + \frac{1}{p} = -\frac{2}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = 2 \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma p} = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{5}{2}\frac{(\gamma-1)}{\gamma} =$$

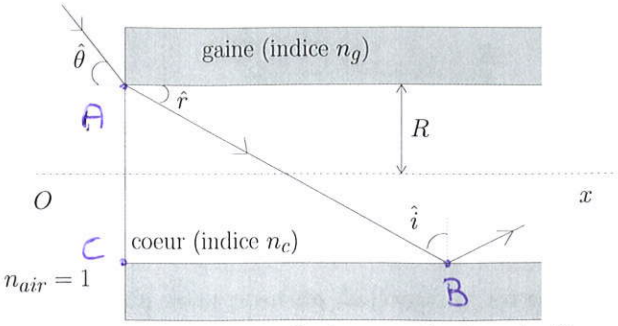
$$= -\frac{5}{4} = -1{,}25 \text{ cm}$$

$$p' = -\gamma p = 2{,}5 \text{ cm}$$

d) Faire la construction graphique pour le cas (c).



6. Une fibre optique cylindrique d'axe Ox est constituée d'un coeur transparent, d'indice de réfraction n_c, entouré d'une gaine, elle aussi transparante, homogéne et isotrope, d'indice de réfraction n_g. On désigne par R le rayon du coeur.



a) Quel est l'indice le plus grand ?

n_c

b) Déterminer $\hat{\imath}_{min}$ en fonction de n_g et n_c, pour qu'il y ait propagation par réflexion totale dans la fibre.

$$\hat{\imath}_{min} = i_L = \arcsin \frac{n_g}{n_c}$$

c) En déduire en fonction de n_g et n_c l'expression de θ_{max} qui définit le cône d'acceptance de lumière dans la fibre (au-delà duquel il y a des pertes par réfraction).

$$n_{air} \sin\theta = n_c \sin r = n_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = n_c \cos i$$

$$\Rightarrow \sin\theta_{max} = n_c \cos i_{min} = n_c \sqrt{1 - \sin^2 i_{min}} = n_c \sqrt{1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}} =$$

$$= \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

$$\theta_{max} = \arcsin \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

d) Calculer la différence $\delta\mathcal{L}$ des chemins optiques de deux rayons, un qui entre dans la fibre avec un angle θ_{max}, et le deuxième qui se propage parallèle à l'axe de la fibre, en fonction de la longueur L de la fibre, et des indices n_g et n_c.

$$\mathcal{L}_1 = n_c \cdot AB \cdot \frac{L}{BC} = n_c \frac{2R}{\cos\hat{\imath}} \cdot \frac{L}{2R\tan\hat{\imath}} = n_c \frac{L}{\sin\hat{\imath}} = \frac{n_c^2 L}{n_g}$$

$$\mathcal{L}_2 = n_c L$$

$$\delta\mathcal{L} = n_c L \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)$$